

УДК 551.46, 519.6

## МОДЕЛЬ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНОВ И МОРЕЙ INMOM: ОТ ИСТОКОВ ДО НАШИХ ДНЕЙ

© 2025 г. А. В. Гусев<sup>a, b, c, \*</sup>, Н. А. Дианский<sup>a, b, d</sup>, В. В. Фомин<sup>a, b</sup>, Е. М. Володин<sup>a, d</sup>,  
В. Б. Залесный<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН,  
ул. Губкина, 8, Москва, 119333 Россия

<sup>b</sup>Государственный океанографический институт им. Н.Н. Зубова, Росгидромет,  
Кропоткинский пер., 6 стр. 1, Москва, 119034 Россия

<sup>c</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН,  
Нахимовский пр., 36, Москва, 117997 Россия

<sup>d</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: [anatoly.v.gusev@gmail.com](mailto:anatoly.v.gusev@gmail.com)

Поступила в редакцию 18.07.2024 г.

После доработки 16.12.2024 г.

Принята к публикации 05.03.2025 г.

Описывается история развития российской сигма-модели циркуляции океанов и морей, известной как INMOM (Institute of Numerical Mathematics Ocean Model). Модель развивалась на протяжении 50 лет, сначала в Вычислительном центре Сибирского отделения Академии наук (ВЦ СО АН) СССР, затем в Институте вычислительной математики Российской академии наук (ИВМ РАН). Первая версия модели была разработана под непосредственным руководством Г.И. Марчука и была предназначена для моделирования совместной циркуляции глобальной атмосферы и Мирового океана. Основным методом решения модельных уравнений был метод многокомпонентного расщепления, предложенный Г.И. Марчуком и развитый его учениками и последователями. На протяжении полувека в модели совершенствовалось описание базовых процессов, параметризаций и численных алгоритмов. Новый период в развитии модели пришелся на конец 1990-х гг., когда она стала применяться в качестве океанического блока климатической модели земной системы ИВМ РАН. В 2000-х гг. спектр ее использования существенно расширился. Вместе с изучением климатической системы Земли она стала всё более активно использоваться для моделирования циркуляции Мирового океана, его отдельных акваторий и морей. В настоящее время модель INMOM применяется для решения широкого спектра фундаментальных и прикладных задач, связанных с расчетами характеристик гидротермодинамики морей и океанов, в т.ч. и их климатической изменчивости. Она используется в ИВМ РАН, Государственном океанографическом институте им. Н.Н. Зубова (ГОИН), Институте океанологии (ИО) РАН, Гидрометцентре России, Тихоокеанском океанологическом институте им. В.И. Ильичева Дальневосточного отделения (ТОИ ДВО) РАН, а также в других организациях, связанных с изучением океанической и морской гидротермодинамики. Модель продолжает развиваться авторами, их коллегами и учениками.

**Ключевые слова:** численное моделирование, океаническая и морская циркуляция, прогноз климата, оперативный прогноз, история развития моделирования

DOI: 10.31857/S0002351525030038

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для научных и практических целей важно понимание механизмов, формирующих океанические процессы. Основными характерными особенностями общей циркуляции океана являются прибрежные струйные течения и крупномасштабные круговороты (Гольфстрим, Куро-сио, Антарктическое циркумполярное течение и др.), экваториальная циркуляция и явление Эль-Ниньо, синоптические вихри открытого океана и фронтальные ринги, глубокая конвекция, замерзание и таяние морских льдов и др. [Саркисян и др., 2005]. Все эти процессы формируют сложную термохалинную циркуляцию, определяют глобальные переносы водных масс, тепла, соли и других свойств морских вод. Помимо крупномасштабной глобальной циркуляции, значительный интерес представляют ее региональные особенности, формирующие динамику отдельных акваторий Мирового океана, внутренних и окраинных морей. Информация об их состоянии требуется, в свою очередь, для понимания особенностей происходящих в них процессов и возможности их диагноза и прогноза.

Для получения адекватной информации о некоторых океанических процессах данных измерений обычно недостаточно. Как правило, они представляют собой фрагментированные (как по пространству, так и по времени) наборы (информации) и содержат ошибки измерений, пропуски и т.д. Для устранения пробелов и получения более полной информации вместе с данными наблюдений можно использовать модели циркуляции, которые могут воспроизводить сложную трехмерную структуру гидрофизических полей. Данный подход сейчас широко распространяется и активно развивается научными коллективами всего мира. Это стало возможным благодаря развитию современной вычислительной техники, которая позволяет использовать все более совершенные физические модели и высокое пространственное разрешение.

Большинство современных моделей общей циркуляции океана основаны на системе примитивных уравнений. Это система уравнений крупномасштабной гидротермодинамики океана, в которой используются следующие допущения:

- приближение сферической Земли, подразумевающее сферическую форму геопотенциальных поверхностей и коллинеарность вектора гравитации с радиусом Земли;
  - приближение несжимаемости, предполагающее локальное сохранение плотности вдоль лагранжевых траекторий и позволяющее упростить трактовку закона сохранения массы жидкости до сохранения ее объема;
  - приближение гидростатики, редуцирующее уравнение для вертикальной составляющей скорости течений до соотношения гидростатического баланса и позволяющее вычислять давление, являющееся источником движения, по полю плотности;
  - приближение Буссинеска, предполагающее постоянство плотности в инерционных слагаемых, которое вкупе с предположением о постоянстве теплоемкости воды позволяет свести закон сохранения тепла к закону сохранения температуры;
  - приближение тонкого сферического слоя, позволяющее перейти к координате по глубине, заменив переменный радиус сферической системы координат на средний радиус Земли, рассматривая тем самым этот сферический слой жидкости как псевдоцилиндр над сферой;
  - различные гипотезы турбулентного замыкания, в рамках которых влияние подсеточных турбулентных процессов формулируется в терминах крупномасштабных характеристик.
- Система примитивных уравнений крупномасштабной гидротермодинамики океана формулируется следующим образом. Пусть есть ортогональная тройка базисных векторов ( $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ), где вектор  $\mathbf{k}$  сонаправлен с вектором гравитационного ускорения, а два остальных, как следствие, являются касательными к геопотенциальным поверхностям. Если ввести следующие обозначения:  $\mathbf{U}$  — вектор полной скорости, представимый как сумма  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_h + \omega \mathbf{k}$  (нижний индекс  $h$  означает проекцию полного вектора на плоскость векторов ( $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ )),  $T$  — потенциальная температура,  $S$  — соленость, то векторно-инвариантная форма (хорошо известная как форма Громеки-Лэмба) примитивных уравнений в базисе ( $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ) представляет собой систему уравнений для баланса импульса, гидростатического равновесия, несжимаемости, сохранения тепла и соли и уравнение состояния:

$$\frac{\partial \mathbf{U}_h}{\partial t} + \left[ (\nabla \times \mathbf{U}) \times \mathbf{U} + \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}^2) \right]_h + f \mathbf{k} \times \mathbf{U}_h = -\frac{1}{\rho_0} \nabla_h p + \mathbf{D}^U, \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (T\mathbf{U}) = \mathbf{D}^T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot (S\mathbf{U}) = \mathbf{D}^S, \quad (5)$$

$$\rho = \rho(T, S, p). \quad (6)$$

Здесь  $\nabla$  — оператор векторного дифференцирования,  $t$  — время,  $z$  — вертикальная координата,  $\rho$  — плотность *in situ*, заданная уравнением состояния,  $\rho_0$  — фоновая плотность,  $p$  — давление,  $f$  — параметр (ускорение) Кориолиса ( $f = 2 \mathbf{\Omega} \cdot \mathbf{k}$ , где  $\mathbf{\Omega}$  — вектор угловой скорости вращения Земли),  $g$  — ускорение свободного падения,  $\mathbf{D}^U$ ,  $\mathbf{D}^T$  и  $\mathbf{D}^S$  — анизотропные операторы турбулентного обмена для импульса, температуры и солёности соответственно, частный вид которых зависит от используемых алгоритмов параметризации подсеточных процессов, выбираемых отдельно для горизонтального и вертикального направлений с учетом используемых подсеточных масштабов и граничных условий, включающих внешнее воздействие.

Одно из важнейших отличий между разными океаническими моделями состоит в особенностях используемых систем координат. Основное преимущество использования формы Громеки-Лэмба при записи уравнений гидротермодинамики океана состоит в том, что она является универсальной и позволяет перейти к формулировке в любой частной системе координат, используя выражения для операторов дифференциальной геометрии в этих системах. Следует отметить, что переход от частных случаев к общему или от одного частного случая к другому в общем случае невозможен.

На практике удобно использовать системы координат, в которых тройка базисных векторов  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  является ортогональной. Это означает, что изменения переменных вдоль одной координаты не зависят от изменений вдоль дру-

гих, что существенно упрощает запись уравнений. В частности, если имеется ортогональная система координат  $(I, J, K)$ , в которой в каждой точке пространства векторы  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$  являются касательными к изолиниям соответствующих координат, характеризующаяся в каждой точке пространства набором коэффициентов Ламе (или метрических коэффициентов)  $r_I, r_J, r_K$  вдоль координат  $(I, J, K)$  соответственно, то набор операторов градиента, дивергенции и ротора можно записать в виде:

$$\nabla a \equiv \text{grad } a = \frac{1}{r_I} \frac{\partial a}{\partial I} \mathbf{i} + \frac{1}{r_J} \frac{\partial a}{\partial J} \mathbf{j} + \frac{1}{r_K} \frac{\partial a}{\partial K} \mathbf{k}, \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} \equiv \text{div } \mathbf{A} = \frac{1}{r_I r_J r_K} \left( \frac{\partial}{\partial I} (r_J r_K A_I) + \frac{\partial}{\partial J} (r_I r_K A_J) + \frac{\partial}{\partial K} (r_I r_J A_K) \right), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{A} \equiv \text{rot } \mathbf{A} = & \frac{1}{r_J r_K} \left( \frac{\partial}{\partial J} (r_K A_K) - \frac{\partial}{\partial K} (r_J A_J) \right) \mathbf{i} + \\ & + \frac{1}{r_K r_I} \left( \frac{\partial}{\partial K} (r_I A_I) - \frac{\partial}{\partial I} (r_K A_K) \right) \mathbf{j} + \\ & + \frac{1}{r_I r_J} \left( \frac{\partial}{\partial I} (r_J A_J) - \frac{\partial}{\partial J} (r_I A_I) \right) \mathbf{k}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $a$  — скаляр,  $\mathbf{A} = (A_I, A_J, A_K)$  — вектор. В качестве примера ортогональной системы можно привести  $z$ -систему координат на сфере, в которой декартовы координаты  $(X, Y, Z)$  выражаются через обобщенные  $(\lambda, \varphi, z)$  как

$$\begin{aligned} X &= (R - z) \cos \lambda \cos \varphi, \quad Y = \\ &= (R - z) \sin \lambda \cos \varphi, \quad Z = (R - z) \sin \varphi, \end{aligned} \quad (10)$$

а метрические коэффициенты равны

$$r_\lambda = (R - z) \cos \varphi, \quad r_\varphi = R - z, \quad r_z = 1, \quad (11)$$

Здесь, как уже сказано выше, система примитивных уравнений гидротермодинамики океана целенаправленно приведена в исходной постановке, чтобы, в случае необходимости, ее можно было наглядно записать в любых ортогональных координатах и, в частности, в обобщенной системе горизонтальных координат, описанной ниже, которая используется в INMOM. При этом, при использовании других вертикальных координат, получившаяся система в общем случае не является ортогональной. Так, в нашей модели по вертикали используется одна из таких систем координат, сигма-система,

определяемая ниже, уравнения гидротермодинамики в которой имеют более громоздкий вид, нежели компактная запись (1)–(9), и поэтому в контексте описания общих принципов построения моделей геофизической гидродинамики здесь не приводятся.

В работе представлена история возникновения и развития модели INMOM (Institute of Numerical Mathematics Ocean Model). Основное внимание уделяется технологическим аспектам, связанным с развитием структуры модели, используемыми алгоритмами, применением модели при решении задач для климатической системы атмосфера — океан, теоретических и прикладных задач динамики Мирового океана, его отдельных акваторий и морей.

Согласно современной классификации [Griffies, 2005], модель принадлежит к классу сигма-моделей океана, в которых вертикальная координата  $\sigma \in [0; 1]$  определяется как

$$\sigma = \frac{z + \zeta}{H + \zeta}, \quad (12)$$

где  $z$  — геопотенциальная координата, направленная вниз и отсчитываемая от невозмущенной поверхности океана,  $H$  — расстояние от невозмущенной свободной поверхности океана до его дна,  $\zeta$  — отклонение высоты свободной поверхности (уровня моря) от невозмущенного состояния, положительное при условии повышении уровня. Ниже будет описана хронология технических усовершенствований и практических приложений, которые нашла модель INMOM за все время своего существования.

## 2. ПЕРВЫЕ РАЗРАБОТКИ

История INMOM начинается с сигма-координатной модели, разрабатываемой с 1970-х гг. под руководством Г.И. Марчука сначала в Вычислительном центре Сибирского отделения Академии наук (ВЦ СО АН) СССР, а затем в Институте вычислительной математики Российской академии наук (ИВМ РАН). Вычислительная основа модели базировалась на методах и алгоритмах, развиваемых Г.И. Марчуком и его научной школой [Марчук и Залесный, 1974; Марчук и др., 1975; Залесный, 1984; Багно и Залесный, 1992; Алексеев и Залесный, 1993; Багно, 1996; Багно и др., 1996; Залесный, 1998; Багно и Залесный, 1999]. В исходной версии сигма-мо-

дели ИВМ РАН в качестве граничного условия на невозмущенной поверхности океана ставилось условие “твердой крышки”, согласно которому, вертикальная скорость и переменная  $\zeta$  в (12) равны нулю, а расчет баротропной циркуляции производился путем решения уравнения для баротропной функции тока. Главной особенностью модели являлось использование метода расщепления по физическим процессам и пространственным координатам [Марчук, 1980].

Первая версия модели использовалась для расчета сезонной циркуляции океана при заданном атмосферном воздействии. Модель имела пространственное разрешение  $5^\circ$  по долготе и широте и 10 уровней по вертикали [Марчук и Залесный, 1974; Залесный, 1984; Багно и Залесный, 1992]. В качестве горизонтальной системы координат использовалась географическая система (коэффициенты  $r_\lambda$  и  $r_\varphi$  из (11)). Позже в модель океана была добавлена простейшая термодинамическая модель морского льда [Багно и др., 1996].

## 3. СОВМЕСТНАЯ МОДЕЛЬ ОБЩЕЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА

Во второй половине 1990-х гг. в ИВМ РАН была поставлена задача создания численной модели совместной циркуляции атмосферы и океана, атмосферная часть которой уже использовалась в международном проекте сравнения атмосферных моделей AMIP (Atmospheric Model Intercomparison Project) [Алексеев и др., 1998]. Необходимо было усовершенствовать океанический блок совместной системы. Для воспроизведения климатических характеристик земной системы следовало повысить адекватность и вычислительную эффективность модели океана.

Перед присоединением океанического блока к атмосферному необходима его автономная настройка при заданном атмосферном воздействии. Это требуется для того, чтобы совместная модель адекватно воспроизводила климатические характеристики без использования коррекции потоков на границе раздела атмосферы и океана. Использование сигма-системы координат существенно усложняет эту задачу, что является одной из причин непопулярности сигма-моделей для долгосрочных климатических расчетов. При воспроизведении климатических характеристик океана в таких моделях

генерируются систематические ошибки. По этой причине потребовалась модификация модели, осуществленная Н.А. Дианским. Одним из важных усовершенствований была формулировка задачи боковой диффузии тепла и соли вдоль направления геопотенциальных плоскостей. Простая форма оператора диффузии в сигма-координатах соответствует перемешиванию вдоль сигма-поверхностей, что физически трудно оправдать. Важность правильного описания процессов боковой диффузии объясняется, во-первых, большим расчетным интервалом по времени, и, во-вторых, тем фактом, что при достаточно грубом пространственном разрешении модели интенсивность диффузионных потоков тепла и соли может быть сравнима с адвективными, и даже превосходить их. Еще одним, не менее важным, улучшением стала оригинальная реализация оператора бароклинного градиента давления, разностное представление которого в сигма-системе координат может приводить к генерации фиктивных течений. Для уменьшения ошибки аппроксимации использовалась, во-первых, специальная симметризованная форма записи оператора, гарантирующая нулевое значение градиента для линейного по глубине профиля плотности, и, во-вторых, использовалось полиномиальное уравнение состояния [Brydon et al., 1999], позволяющее исключить из него часть нелинейного профиля плотности, зависящую только от глубины, которая не дает вклада в градиент давления в дифференциальной постановке, но дает в разностной. Была также проведена оптимизация программного кода для повышения быстродействия, что крайне важно для возможности расчетов на длительные сроки.

В работе [Дианский и др., 2002] были представлены результаты экспериментов, проведенных с усовершенствованной моделью океана. Вскоре после этого была реализована совместная модель атмосферы и океана INMCM3.0 (Institute of Numerical Mathematics Coupled Model), которая успешно проявила себя в расчетах по воспроизведению современного климата [Дианский и Володин, 2002]. После настройки на стандартный климат совместная модель INMCM3.0 впервые приняла участие в 3-м проекте сравнения совместных моделей CMIP (Coupled Model Inter-comparison Project, <https://wcrp-cmip.org/cmip3/>), проходившего под эгидой МГЭИК (Междуна-

родная группа экспертов по изменению климата), или, в международной терминологии, IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change). В данном проекте участвовали 23 совместные модели ведущих научных коллективов мира. Целью экспериментов являлся прогноз климата на ближайшие два столетия при различных сценариях, одинаковых для всех моделей-участников. Единственным участником от России в проекте была модель INMCM3.0 [Володин и Дианский, 2006]. Результаты ансамблевого мультимодельного прогноза по 23 IPCC-моделям (модели климатической системы Земли, участвующие в этой программе, получили такое название как дань уважения к уровню их сложности и качества результатов) приведены в 4-м оценочном отчете МГЭИК (IPCC AR4) по оценке климатических изменений [IPCC, 2007].

Помимо океанического компонента совместной модели, сигма-модель циркуляции океана использовалась и для моделирования циркуляции отдельных акваторий с различным пространственным разрешением: для Северного Ледовитого океана и Северной Атлантики [Мошонкин и др., 2004] с разрешением  $1^\circ$  по долготе и широте и для Индийского океана [Marchuk et al., 2005; Дианский и др., 2006] с разрешением  $1/8^\circ \times 1/12^\circ$ , позволяющим воспроизводить вихревые процессы.

#### 4. ОТ БАРОТРОПНОЙ ФУНКЦИИ ТОКА К ФУНКЦИИ УРОВНЯ ОКЕАНА С НОВОЙ МЕТОДИКОЙ РАСЧЕТА АТМОСФЕРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Следующим этапом модификации сигма-модели океана стал переход от функции тока к расчету высоты уровенной поверхности океана. При этом вместо уравнения для функции тока баротропной (интегрированной по вертикали) циркуляции стала решаться система линейных уравнений мелкой воды. Это позволило, помимо расчета уровня, являющегося инструментально измеряемой характеристикой динамики океана, избавиться от технически сложного алгоритма расчета функции тока в многосвязной области. Помимо этого, в модель океана был добавлен более эффективный алгоритм расчета атмосферного воздействия. Он включает интерполяцию атмосферных данных на океаническую сетку, а также расчет потоков тепла, воды и импульса на поверхно-

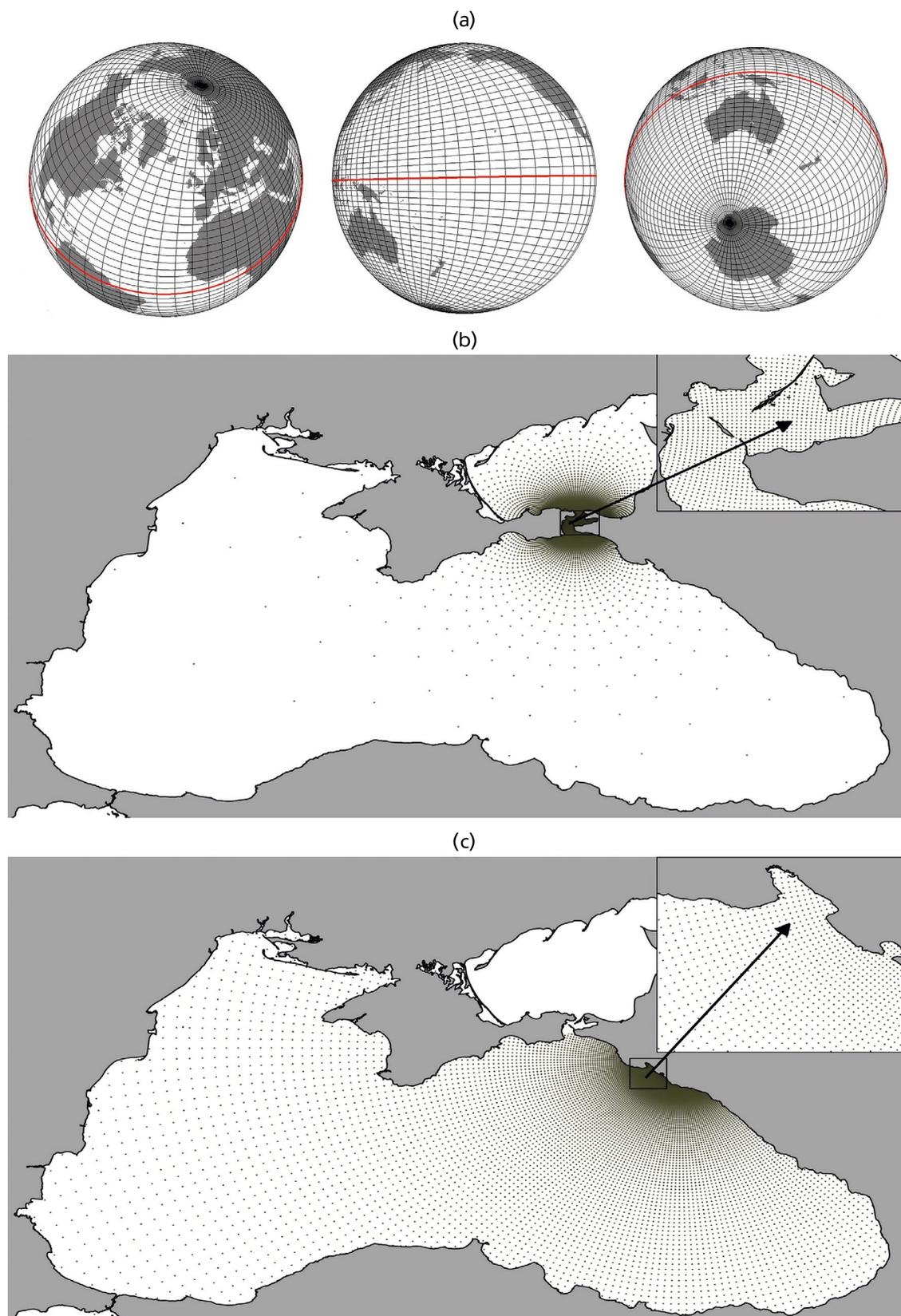
сти океана по методическим указаниям АО-МIP (Arctic Ocean Model Intercomparison Project), см. <https://www2.who.edu/site/aomip/data/atmospheric-forcing-data/>. Отметим, что INMOM также принимала участие в этом проекте [Johnson et al., 2012]. Данные, используемые (по умолчанию) для расчета потоков, были взяты из базы, подготовленной для проекта сравнения моделей Мирового океана CORE (Coordinated Ocean-ice Reference Experiments) [Large and Yeager, 2004]. Реализация методики расчета атмосферного воздействия в такой постановке позволила использовать в модели океана модуль расчета характеристик морского льда [Яковлев, 2003], реализованный на рассматриваемом этапе только для термодинамики льда и снега. С помощью обновленной версии модели в рамках вихредопускающего моделирования были получены результаты по оценке влияния взаимодействия Атлантики и Северного Ледовитого океана на структуру Гольфстрима [Мошонкин и др., 2007]. Также были получены важные результаты исследования вихревой динамики по результатам моделирования Северной Атлантики с разрешением  $0.16^\circ \times 0.08^\circ$  [Анисимов и Дианский, 2008].

Эта версия модели океана использовалась также в двух сопутствующих направлениях. Первое — задача усвоения данных измерений по уровню моря [Agoshkov et al., 2007], которая стала возможна благодаря использованию уровня как прогностической переменной. В рамках второго направления модель циркуляции была дополнена модулем переноса пассивной примеси и использовалась сначала для вихреразрешающих расчетов циркуляции северной части Тихого океана, а затем — для оценки распространения радиоактивного загрязнения в случае гипотетической аварии танкера, перевозящего отходы отработанного ядерного топлива из Петропавловска-Камчатского во Владивосток [Антипов и др., 2006].

## 5. ОБОБЩЕННЫЕ ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ НА СФЕРЕ

Во второй половине 2000-х гг. встал вопрос о создании новой версии модели совместной циркуляции атмосферы и океана, которая удовлетворяла бы актуальным требованиям, необходимым для участия в SMIP и дальнейшего использования результатов сравнения в отчете МГЭИК. Одним из требований было повыше-

ние пространственного разрешения моделей. Это потребовало адаптации программного кода модели океана на многопроцессорных системах с общей памятью (OpenMP). Вторым требованием было адекватное воспроизведение циркуляции Северного Ледовитого океана, подразумевающее отсутствие “сходимости меридианов” на полюсе, характерное для стандартной географической широтно-долготной системы. Для региональных задач СЛЮ этого добиться несложно, передвинув полюсы сферической системы координат за пределы расчетной области [Мошонкин и др., 2004, 2007]. Однако, для Мирового океана не удается найти на Земле диаметрально противоположные точки суши, в которых, при помещении в них полюсов, шаги сетки в ближайших точках воды оставались бы одного порядка, не вынуждая снижать шаг по времени и, следовательно, эффективность расчетов. Поэтому сигма-модель циркуляции океана была модифицирована посредством введения обобщенных ортогональных систем (частным случаем которых является и сферическая). В результате была реализована модель Мирового океана с пространственным разрешением  $1^\circ \times 0.5^\circ$ , сеточная область которой получена из стандартной сферы путем дробно-линейного преобразования Мёбиуса проекции сферы Римана на комплексную плоскость. В результате преобразования получается двухполюсная система, полюса которой располагаются в произвольно заданных точках сферы. Для модели Мирового океана были выбраны точки  $110^\circ$  в.д.,  $70^\circ$  с.ш. для одного полюса и  $110^\circ$  в.д.,  $70^\circ$  ю.ш. При определенном задании параметров преобразования это позволило добиться того, что один из больших кругов модельной системы совпадает с географическим экватором. Это позволяет лучше описывать экваториально захваченные волновые процессы и экваториальную динамику. На рис. 1(а) приводится расположение координатных линий расчетной модифицированной сферической системы на поверхности Земли (представлена каждая 6-я линия по каждой их координат). Кроме того, разработанная методология построения сеток позволяет размещать полюса модельной системы координат произвольным образом (рис. 1(б,с)) с целью получения необходимого сгущения сеточной области в интересующих регионах. Попутно это позволило уйти от проблемы построения вложенных сеток, так как



**Рис. 1.** Различные системы координат, используемые в INMOM: (a) для Мирового океана с разрешением  $1^\circ \times 0.5^\circ$ , (b) для модели Черного и Азовского морей со сгущением в Керченском проливе (минимальный шаг 110 м), (c) для модели Черного моря со сгущением в районе Геленджика (минимальный шаг 150 м). На рис. (a) представлена каждая 6-я координатная линия расчетной сетки, на рис. (b) и (c) — каждый 5-й расчетный узел (по модельным координатам)

расчетная область автоматически охватывает не только важный участок с повышенным разрешением, но и окружающую его акваторию с более крупным шагом сетки. При этом вычислительная эффективность модели почти не снижается, поскольку область вне зоны интереса содержит значительно меньше расчетных узлов.

Следующим усовершенствованием, необходимым для участия в международных проектах, является дополнение термодинамической модели льда модулями переноса и динамики. Поэтому в модель океана были добавлены модули переноса льда и снега, реализованные на основе алгоритма [Smolarkiewicz, 1984] в базовом варианте без коррекции потоков, и модуль динамики для расчета скорости дрейфа льда, важнейшей составляющей которого является алгоритм упруго-вязко-пластичной реологии [Hunke, 2001].

Следует отметить, что в этой версии модели при расчете переноса температуры и солёности было решено не использовать метод расщепления по пространственным координатам, и оператор переноса записывался в полном виде в дивергентной форме с учетом изменения высоты свободной поверхности. Это было вызвано двумя причинами. Первая — необходимость реализации модели на многопроцессорных системах с распределенной памятью по технологии MPI, что сильно затрудняет использование неявных методов с прогонками в горизонтальном направлении, по которому и предполагается декомпозиция области. И вторая — метод расщепления оператора переноса по координатам дает ошибку, возрастающую с увеличением скорости течений. При повышении пространственного разрешения (что сопровождается уменьшением коэффициента турбулентной диффузии) основной вклад в потоки тепла и соли становится не диффузионным, а адвективным.

Эта версия стала океаническим блоком новой версии климатической модели INMCM4.0. Новая версия была верифицирована на задаче восстановления современного климата [Володин и др., 2010], а затем (после реализации на многопроцессорных системах с распределенной памятью [Terekhov et al., 2011]) приняла участие в новой фазе проекта CMIP. В этой фазе проекта с использованием мультимодельного подхода был рассчитан прогноз климата на ближайшие два столетия по различным сценариям [Володин и др., 2013], результаты которого представле-

ны в 5-м оценочном отчете МГЭИК (IPCC AR5) [IPCC, 2013]. Позже в климатической модели Земли было повышено разрешение как для атмосферы, так и для океана, что было вызвано новыми требованиями CMIP, и появилась версия INMCM5.0. По этой версии были проведены аналогичные расчеты по прогнозу климата [Volodin et al., 2017], результаты которых были представлены в 6-м оценочном отчете МГЭИК (IPCC AR6) [IPCC, 2023].

Наряду с климатической моделью, указанная версия сигма-модели океана применялась для моделирования динамики Мирового океана и его отдельных акваторий. Так, например, когда в 2009 г. над Атлантикой произошло крушение аэробуса, следовавшего из Рио-де-Жанейро в Париж, она использовалась для оценки течений в зоне последнего известного местоположения судна. Задача состояла в том, чтобы, зная положение плавающих тел и поле течений, путем обратного переноса уточнить местоположение черных ящиков. Именно после использования в данной работе сигма-модель циркуляции ИВМ РАН получила собственное название INMOM (Institute of Numerical Mathematics Ocean Model). Это было сделано по рекомендации зарубежных коллег для ее идентификации в составе группы международных моделей, участвовавших в решении этой задачи и в других экспериментах.

Далее, с помощью глобальной версии INMOM были проведены расчеты по воспроизведению циркуляции Мирового океана и его климатической изменчивости по сценарию программы CORE-II (Coordinated Ocean-ice Reference Experiments, Phase II), с атмосферным воздействием, рассчитанным на основе данных [Large and Yeager, 2009]. Результаты расчетов были проанализированы как независимо [Гусев и Дианский, 2014; Byshev et al., 2017, 2022, 2024] так и в рамках мультимодельного подхода [Danabasoglu et al., 2014, 2016].

## 6. ОТ КЛАССИЧЕСКОЙ ОКЕАНОЛОГИИ К ОПЕРАТИВНОМУ ПРОГНОЗУ

В 2011 г. на японской АЭС “Фукусима” случилась авария с выбросом радиоактивных вод у берегов Японии и с риском их распространения в открытый океан. Созданные в [Антипов и др., 2006] технологии были использованы в актуальной версии INMOM для расчета цир-

куляции Тихого океана и оценки распространения загрязняющих веществ из окрестности АЭС [Дианский и др., 2012]. Кроме того, была обновлена вихредопускающая модель Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана, по результатам расчетов которой была исследована динамика содержания пресной воды в море Бофорта [Мошонкин и др., 2011].

Как уже было сказано выше, модель применялась для решения не только научных, но и практических задач региональной океанографии по заданиям Росгидромета и других ведомств. Так, новые версии INMOM были разработаны также для морей: совместно Черного и Азовского [Zalesny et al., 2012], Черного моря со сгущением у Большого Сочи (с расчетом распространения загрязнений) [Дианский и др., 2013], Черного моря со сгущением у Геленджика и расчета распространения загрязнений [Гусев и др., 2017], Черного и Азовского морей со сгущением в Керченском проливе [Фомин и др., 2022]. По этой конфигурации был проведен расчет гидрологического режима при проектировании транспортного перехода через Керченский пролив. Созданы также версии для расчета динамики Балтийского моря [Zalesny et al., 2013; Попов и др., 2018], Балтийского моря со сгущением в Невской губе и оценкой зон риска [Zalesny et al., 2014], Японского [Степанов и др., 2014; Дианский и др., 2016; Stepanov et al., 2022], Японского и Охотского морей [Дианский и др., 2017], Мраморного моря с учетом негидростатических процессов [Залесный и др., 2016]. На рис. 1(b) и 1(c) приводятся схемы расположения точек расчетной сетки для моделей с детализацией в Керченском проливе и в районе Геленджика соответственно (приводится каждая 5-я точка по каждой из модельных координат).

Наряду с технологическим развитием модели, усовершенствовались также физические параметризации. Это касается вертикального перемешивания, где на смену простейшей параметризации [Pacanowski and Philander, 1981] пришла модель турбулентности, основанная на системе двух уравнений: для кинетической энергии турбулентности и одного из видов турбулентного масштаба [Umlauf and Burchard, 2003]. Параметризации испытывались при моделировании термохалинной динамики Северного Ледовитого океана [Мошонкин и др., 2018; Moshonkin et al., 2018].

В Государственном океанографическом институте (ГОИН) на основе модели INMOM была реализована система оперативного диагноза и прогноза, которая используется для оценки состояния морей России: морей российской Арктики [Фомин и др., 2021], Охотского, Японского, Черного, Азовского, Каспийского [Diansky et al., 2018; Фомин и др., 2020] и др. Совместно с коллегами из Института океанологии (ИО) РАН [Frey et al., 2018, 2019] проводились исследования придонной циркуляции вод в абиссальных каналах, расположенных в акватории Атлантического океана, которые позволили уточнить структуру и пространственную изменчивость течений.

## 7. INMOM НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ

В середине 2010-х гг. была начата работа по кардинальной модификации INMOM. Программный код модели был переписан заново А.В. Гусевым и распараллелен А.В. Чаплыгиным [Чаплыгин и др., 2019]. Основные изменения коснулись следующих компонентов.

1. С целью быстрого достижения результатов практических задач была изменена организация головной программы, отвечающей за цикл по времени и выдачу результатов расчетов. Для этого, во-первых, был модифицирован алгоритм определения количества расчетных шагов по времени, прежняя версия которого могла приводить к ошибке в определении модельного времени. Во-вторых, при записи результатов в файлы описания данных стала записываться точная информация о календарных сроках, которые покрывают эти данные. В-третьих, для всех модельных характеристик, которые запланированы для выдачи результатов, помимо записи мгновенных полей (за конкретные моменты времени с некоторой периодичностью), добавлена выдача полей, усредненных за период выдачи (что, с точки зрения статистической корректности средних полей, крайне важно).

2. Сигма-система координат реализована для нелинейного случая свободной поверхности, согласно уравнению (12). При этом граничные условия на поверхности учитывают поток пресной воды, вызванный осадками, испарением, реками и таянием или намерзанием льда, напрямую, через условие для вертикальной скорости. Это позволяет не вводить

в граничное условие для солености фиктивный поток соли, необходимый в случае фиксированного объема бассейна для косвенной параметризации процессов распреснения или осолонения. С другой стороны, постановка условия с переменным объемом требует информации о свойствах жидкости, проходящей через границу свободной поверхности. Если известно, что осадки (а также испарения и реки) являются пресными, а соленость льда (тающего или намерзающего) известна, то температура или импульс проходящей через свободную поверхность воды известны лишь в случае уходящей воды как равные их значениям в верхнем слое океана. В случае же входящей воды вопрос определения ее входящих характеристик является нетривиальным. В мировой практике [Griffies et al., 2016] в этом случае также используются характеристики верхнего слоя океана, и, таким образом, входящая вода их формально не меняет. Тем не менее, несмотря на некоторые особенности реализации условия с переменным объемом, его значение для моделирования сложно переоценить. Это связано с тем, что при постоянном объеме бассейна можно описать эволюции уровня океана, вызванную только ветровым напряжением и термохалинной структурой океана. Прямой же учет изменения объема бассейна позволяет описывать влияние приходящей воды (в особенности, речного стока) на структуру уровня, формирующую циркуляцию.

3. Модифицирован модуль расчета атмосферного воздействия. Алгоритм расчета потоков тепла, воды и импульса на поверхности, ранее реализованный по методологии проекта АОМIP, был заменен на алгоритм, рекомендованный для проекта сравнения моделей Мирового океана CORE-I [Large and Yeager, 2004] и затем скорректированный для проекта CORE-II [Large and Yeager, 2009]. После объявления нового проекта сравнения ОМIP [Griffies et al., 2016] алгоритм был усовершенствован [Tsuji et al., 2018] на основе опыта предыдущих проектов, и на его основе японскими учеными была подготовлена новая база атмосферных данных, отвечающая современным требованиям. Эта база в настоящее время используется в INMOM по умолчанию для расчета атмосферного воздействия на поверхности океана. При этом возможно использование и других баз данных, поскольку используемая методика расчета потоков является универсальной.

4. Модифицирован блок расчета характеристик морского льда, в том числе с учетом инноваций, изложенных, например, в [Яковлев, 2009]. В модуле термодинамики усовершенствован расчет атмосферного воздействия. Также добавлен учет намкания снега за счет погружения в воду и процесс сублимации с поверхности льда и снега. Одним из важнейших усовершенствований является упразднение приближения “levitating ice” путем учета части льда, погруженной в воду, который реализован, с одной стороны, через постановку на границе лед/вода условия притока или оттока воды (в зависимости от того, намерзает лед или тает) в терминах вертикальной скорости, а с другой — через учет в условии для давления на свободной поверхности веса плавающего на ней льда со снегом. Был реализован учет содержания соли во льду, обеспечивающий ее баланс в полной системе океан-лед. Модуль переноса льда был расширен с базовой версии “upwind” до полного алгоритма MPDATA [Smolarkiewicz, 1984]. Это позволило существенно снизить численную диссипацию схемы переноса и улучшить расчет дрейфа льда. Модуль динамики льда был переписан в тензорной форме. Численная реализация вязко-пластичной реологии в виде [Hunke, 2001], искусственно возбуждающая упругие волны в динамике льда, была модифицирована в терминах [Bouillon et al., 2013], что позволило решать задачу, максимально приближенную к исходной.

5. Добавлена параметризация вертикального турбулентного обмена Меллора-Ямады 2.5 [Mellor and Yamada, 1984] в реализации [Allen et al., 1995].

6. Полиномиальное уравнение состояния морской воды [Brydon et al., 1999] заменено на оригинальное [Jacket and McDougall, 1995]. Было установлено, что полиномиальное приближение справедливо лишь для весьма узкого диапазона входных параметров и поэтому применимо лишь для решения узкого круга задач. При расчете бароклинного градиента давления (зависящего от плотности) используется якобианная форма [Shchepetkin and McWilliams, 2003] с локальной линеаризацией уравнения состояния. Это уменьшает ошибку его аппроксимации, обусловленную нелинейной зависимостью плотности от температуры, солености и давления.

7. Оператор боковой вязкости переформулирован в виде дивергенции тензора напряжений, зависящего от тензора скоростей деформации

для горизонтальных составляющих поля течений [Griffies, 2005]. В этом случае получается диссипативный оператор при любых значениях коэффициента вязкости. При этом, в случае твердотельного вращения, он становится энергетически нейтральным, что позволяет моделировать долгоживущие вихревые образования (без затухания). Коэффициент боковой турбулентной вязкости можно рассчитывать, например, по формуле Смагоринского [Smagorinsky, 1993].

8. В последние годы в модели INMOM изучались некоторые модификации схем переноса активных и пассивных субстанций. В базовой версии модели, используемой в INMCM4.0, для переноса температуры и солёности по времени используется схема Мацуно, а для импульса — полунявная схема Кранка-Николсон, по пространству же используется центральная разность 2-го порядка. Позже при параллельной реализации (совместной модели) схема по времени для импульса была заменена на схему Мацуно (в связи с трудностью распараллеливания неявных схем). В настоящее время необходимо моделировать процессы все более мелких масштабов. Это вызывает необходимость в использовании численных методов более высокого порядка точности. В качестве одной из модификаций INMOM была аппроксимация переноса на основе схемы “Кабаре” [Головизнин и Самарский, 1998]. Модификация оказалась успешной при моделировании струйных течений и вихревых образований, в частности, циркуляции Северной Атлантики с динамикой Гольфстрима, однако, только на срок в несколько лет.

9. Для уменьшения диссипативности схемы Мацуно для воспроизведения климатической циркуляции Мирового океана была также реализована схема Рунге-Кутты 3-го порядка по времени с центральной разностью 2-го порядка по пространству. Это позволило получить хорошие результаты при исследовании климатических изменений при некоторых сценариях атмосферной циркуляции [Ivanov, 2024].

## 8. МОДУЛЬНЫЙ ПРИНЦИП

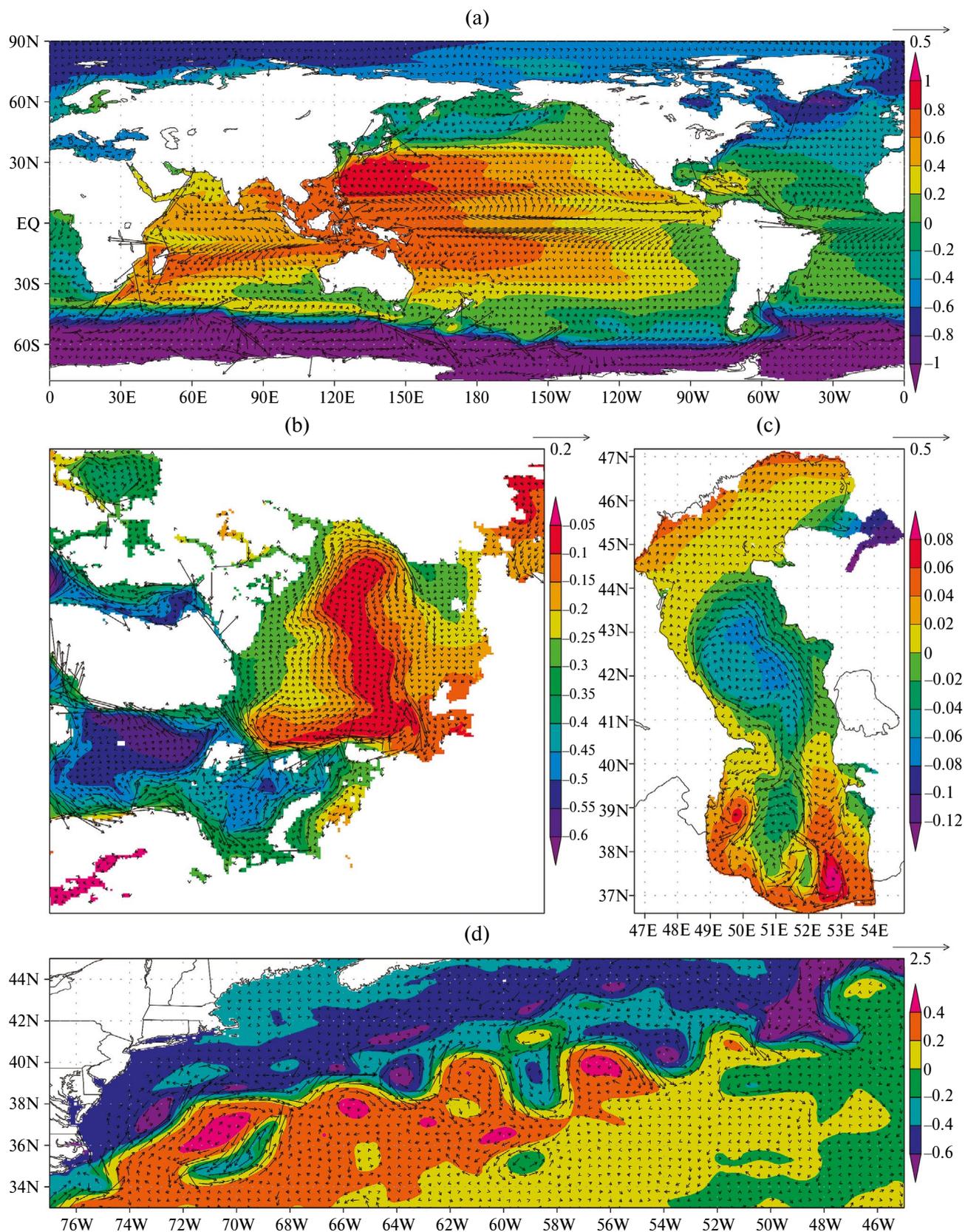
Одним из важных направлений развития модели INMOM стал переход на модульный принцип. Он заключается в возможности добавления новых компонентов для описания морских процессов. Этот переход стал возможен благода-

ря развитию модели и адаптации ее программного кода с использованием надстройки ESMF (Earth System Modeling Framework). Ее использование позволило реализовать совместную модель морской циркуляции и морского льда, в которой модель INMOM используется для расчета морских характеристик, а в качестве модели льда применяется модель CICE (Community ICE code, <https://github.com/CICE-Consortium/CICE>). Разработанная совместная модель использовалась для расчета циркуляции и ледового покрова Охотского моря [Дианский и др., 2017]. Заложенный фундамент служит одному из будущих направлений развития модели: созданию совместных систем моделирования параметров земной системы на региональных масштабах с высоким пространственным разрешением.

Для INMOM разработаны перспективные теоретические алгоритмы решения задач вариационной ассимиляции данных наблюдений, интегрированных непосредственно в модель [Агошков и др., 2020; Залесный и др., 2016]. На основе этого реализованы численные алгоритмы модульной системы прогноза и вариационного анализа гидрофизических полей в океане, основанные на методах расщепления по физическим процессам и пространственным координатам и теории сопряженных уравнений [Marchuk et al., 2005; Zalesny and Rusakov, 2007]. На основе этого построены оригинальные перспективные методы ассимиляции данных, в том числе, буев Арго, для акватории Мирового океана [Zalesny and Gusev, 2009; Zalesny et al., 2010, 2011; Марчук и Залесный, 2012; Агошков и др., 2020; Zalesny et al., 2020]. Кроме того, развитие практических методов оперативного диагноза и прогноза характеристик морской циркуляции и морского льда привело к реализации для использования в модели INMOM внешних открытых программных продуктов (например, DART (Data Assimilation Research Testbed) [Castruccio et al., 2020]) технологий расчетов с усвоением данных контактных и спутниковых наблюдений [Фомин и др., 2021, 2023].

## 9. ТЕКУЩИЕ РАСЧЕТЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

Описанная в настоящей работе модель циркуляции океанов и морей INMOM широко используется для решения ряда фундаментальных и прикладных задач. Она применяется в Институте вычислительной математики



**Рис. 2.** Горизонтальные скорости течений (векторы) и уровень моря (заливка) в (a) Мировом океане (разрешение  $1^\circ \times 0.5^\circ$ ), (b) в Северном Ледовитом океане (разрешение  $0.25^\circ$ ), (c) в Каспийском море (разрешение  $1'8'' \times 0'49''$ ), (d) в Северной Атлантике в районе Гольфстрима (разрешение  $1/16^\circ \times 1/20^\circ$ )

им. Г.И. Марчука РАН как в автономном режиме, так и в рамках модели земной системы (МЗС) INMCM, участвующей в программе сравнения CMIP, результаты по которой были представлены в недавнем 6-м оценочном отчете МГЭИК (IPCC AR6) [IPCC, 2023]. INMOM используется в ФГБУ “ГОИН” Росгидромета для решения ряда задач, связанных с морями России, в том числе, в системе оперативного диагноза и прогноза, а также в ИО РАН, Санкт-Петербургском отделении ФГБУ “ГОИН” и др.

Для демонстрации широкого диапазона применения INMOM приведем результаты некоторых расчетов. На рис. 2 представлены карты горизонтальных течений и уровня моря с масштабом стрелок и шкалой заливок справа от каждого из рисунков для следующих акваторий:

(а) Мирового океана с разрешением  $1^\circ \times 0.5^\circ$  в системе координат с полюсами, смещенными симметрично относительно экватора, скорость течений дана на глубине 20 м; на рисунке видны основные особенности крупномасштабной циркуляции океана: системы экваториальных течений, западно-интенсифицированные течения, Антарктическое циркумполярное течение и др.; уровень океана демонстрирует в средних и высоких широтах фронтальную структуру вдоль основных течений, а также хорошо известную разницу порядка 1 м между максимумами Тихого и Атлантического океанами;

(б) Северного Ледовитого океана с разрешением  $0.25^\circ$  в сферической системе координат с повернутой осью, модельный экватор проходит вдоль меридиана  $30^\circ$  з.д., скорость течений дана на глубине 20 м; на рисунке хорошо прослеживаются течения вдоль побережья Российской Арктики, разнонаправленные Восточно-Гренландское и Западно-Шпицбергенское течения в проливе Фрама, а также ярко выраженная антициклоническая структура циркуляции в море Бофорта;

(с) Каспийского моря с разрешением  $1'8'' \times 0'49''$ , скорость течений дана в приповерхностном горизонте; для центральной и южной глубоководных частей моря характерна хорошо проявляющаяся циклоническая картина циркуляции с образованием антициклонов в прибрежных зонах, а в северной шельфовой части моря циркуляция имеет в значительной степени ветровую природу;

(д) Северной Атлантики с разрешением  $1/16^\circ \times 1/20^\circ$  в области Гольфстрима, скорость течений дана на глубине 50; иллюстрация характеризует состояние за одни средние сутки из эволюции динамики океана в рассматриваемой акватории; хорошо прослеживается основная струя Гольфстрима шириной порядка 100 км и сопровождающие ее вихри, из которых циклоническими являются те, которые в процессе мандрирования струи отделились от нее с южной стороны, и антициклоническими — с северной.

В настоящее время в ИВМ РАН продолжается развитие INMOM для повышения ее быстродействия (путем оптимизации алгоритмической и параллельной реализации) и качества описания моделируемых процессов. Усовершенствование INMOM проводится как авторами — разработчиками INMOM, так и другими сотрудниками ИВМ РАН [Petrov et al., 2023], которые, взяв за основу оригинальный код INMOM, разрабатывают свою альтернативную версию модели для решения своих задач. Модель является доступной для пользователей по запросу к авторам, разносторонние исследования полезны с точки зрения мультимодельного метода, который применяется в таких современных проектах, как AOMIP, CMIP, OMIP, CORE и др.

Исследования, инициированные Г.И. Марчуком, продолжаются на протяжении более 50 лет его непосредственными учениками, студентами, аспирантами и их учениками.

Работа посвящается светлой памяти академика Гурия Ивановича Марчука (1925–2013).

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-71-20035).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Агошков В.И., Залесный В.Б., Шелопут Т.О. Вариационная ассимиляция данных в задачах моделирования гидрофизических полей в открытых акваториях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 3. С. 293–308.  
<https://doi.org/10.31857/S0002351520030025>
- Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкосов В.Н. Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. Описание модели A5421 версии 1997 года и ре-

- зультатов экспериментов по программе AMIP II // Препринт ИВМ РАН № 2086-В98. 1998. 158 с.
- Алексеев В.В., Залесный В.Б.* Численная модель крупномасштабной динамики океана / в кн. Вычислительные процессы и системы / под ред. Марчука Г.И. 1993. Вып. 10. М.: Наука, С. 232–252.
- Анисимов М.В., Дианский Н.А.* Физический механизм западного дрейфа рингов фронтальных течений в океане // *Океанология*. 2008. Т. 48. № 3. С. 325–332.
- Антипов С.В., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Особенности распространения радиоактивного загрязнения в северо-западной части Тихого океана // *Изв. РАН. Энергетика*. 2006. № 6. С. 52–70.
- Багно А.В.* Численное моделирование циркуляции Северной Атлантики с учетом потока пресной воды на поверхности // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1996. Т. 32. № 6. С. 848–858.
- Багно А.В., Гаращук Р.В., Залесный В.Б.* Модель крупномасштабной циркуляции океана и эволюции морского льда // *Океанология*. 1996. Т. 36. № 2. С. 197–206.
- Багно А.В., Залесный В.Б.* Численное моделирование климатической термохалинной циркуляции Северной Атлантики // *Океанология*. 1992. Т. 32. № 5. С. 789–800.
- Багно А.В., Залесный В.Б.* Воспроизведение структуры гидрофизических полей тропической зоны Тихого океана в модели глобальной океанской циркуляции // *Метеорология и гидрология*. 1999. № 10. С. 75–88.
- Володин Е.М., Гусев А.В., Дианский Н.А., Ибраев Р.А., Ушаков К.В.* Воспроизведение циркуляции мирового океана по сценарию CORE-II с помощью численных моделей // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2018. Т. 54. № 1. С. 97–111.  
<https://doi.org/10.7868/S0003351518010105>
- Володин Е.М., Дианский Н.А.* Моделирование изменений климата в XX–XXII столетиях с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2006. Т. 42. № 3. С. 291–306.
- Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана INMCM 4.0 // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2010. Т. 46. № 4. С. 448–466.
- Володин Е.М., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Модель земной системы INMCM4: воспроизведение и прогноз климатических изменений в 19–21 веках // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2013. Т. 49. № 4. С. 379–400.  
<https://doi.org/10.7868/S000235151304010X>
- Головизнин В.М., Самарский А.А.* Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной // *Математическое моделирование*. 1998. Т. 10. № 1. С. 86–100.
- Гусев А.В., Дианский Н.А.* Воспроизведение циркуляции Мирового океана и ее климатической изменчивости в 1948–2007 гг. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. Т. 50. № 1. С. 3–15.  
<https://doi.org/10.7868/S0002351513060072>
- Гусев А.В., Залесный В.Б., Фомин В.В.* Методика расчета циркуляции Черного моря с улучшенным разрешением в районе полигона ИО РАН // *Океанология*. 2017. Т. 57. № 6. С. 978–989.  
<https://doi.org/10.7868/S0030157417060120>
- Дианский Н.А., Багно А.В., Залесный В.Б.* Сигма-модель глобальной циркуляции океана и ее чувствительность к вариациям напряжения трения ветра // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2002. Т. 38. № 4. С. 537–556.
- Дианский Н.А., Володин Е.М.* Воспроизведение современного климата с помощью совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2002. Т. 38. № 6. С. 824–840.
- Дианский Н.А., Гусев А.В., Фомин В.В.* Особенности распространения загрязнений в северо-западной части Тихого океана // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48. № 2. С. 247–266.
- Дианский Н.А., Залесный В.Б., Мошонкин С.Н., Русаков А.С.* Моделирование муссонной циркуляции Индийского океана с высоким пространственным разрешением // *Океанология*. 2006. Т. 46. № 4. С. 11–12.
- Дианский Н.А., Степанов Д.В., Гусев А.В., Новотрясов В.В.* Роль ветрового и термического воздействий в формировании изменчивости циркуляции вод в центральной котловине Японского моря с 1958 по 2006 гг. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2016. Т. 52. № 2. С. 234–245.  
<https://doi.org/10.7868/S0002351516010028>
- Дианский Н.А., Фомин В.В., Жохова Н.В., Коршенко А.Н.* Расчет течений и распространения загрязнения в прибрежных водах Большого Сочи на основе численного моделирования // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2013. Т. 49. № 6. С. 664–675.  
<https://doi.org/10.7868/S0002351513060047>
- Дианский Н.А., Фомин В.В., Чумаков М.М., Степанов Д.В.* Ретроспективные расчеты циркуляции и ледяного покрова Охотского моря на основе современных технологий численного моделирования // *Вести газовой науки*. 2017. № 4(32). С. 82–93.

- Залесный В.Б.* Моделирование крупномасштабных движений в Мировом океане. М.: Отдел вычислит. мат. АН СССР, 1984. 158 с.
- Залесный В.Б.* Численное моделирование термохалинной циркуляции Мирового океана // *Метеорология и гидрология*. 1998. № 2. С. 54–64.
- Залесный В.Б., Агошков В.И., Шутяев В.П., Ле Диме Ф., Ивченко В.О.* Задачи численного моделирования гидродинамики океана с вариационной ассимиляцией данных наблюдений. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2016. Т. 52. № 4. С. 488–500. <https://doi.org/10.7868/S0002351516040131>
- Залесный В.Б., Гусев А.В., Фомин В.В.* Численная модель негидростатической морской динамики, основанная на методах искусственной сжимаемости и многокомпонентного расщепления // *Океанология*. 2016. Т. 56. № 6. С. 959–971. <https://doi.org/10.7868/S0030157416050178>
- Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1980. 535 с.
- Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б., Лыков В.Н., Перов В.Л., Галин В.Я., Бобылева И.М.* Гидродинамическая модель общей циркуляции атмосферы и океана. 1975. Препринт ВЦ СО АН СССР. 214 с.
- Марчук Г.И., Залесный В.Б.* Численное моделирование крупномасштабной циркуляции в Мировом океане // *Численные методы расчета океанических течений*. Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1974. С. 3–20.
- Марчук Г.И., Залесный В.Б.* Моделирование циркуляции мирового океана с четырехмерной вариационной ассимиляцией полей температуры и солёности // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2012. Т. 48. № 1. С. 21–36.
- Марчук Г.И., Саркисян А.С.* Математическое моделирование океанической циркуляции. М.: Наука, 1988. 302 с.
- Мошонкин С.Н., Алексеев Г.В., Дианский Н.А., Гусев А.В., Залесный В.Б.* Моделирование климатической изменчивости притока вод Атлантики в Северный Ледовитый океан и запаса пресных вод в круговороте Бофорта // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2011. Т. 47. № 5. С. 678–692.
- Мошонкин С.Н., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Влияние взаимодействия Атлантики с Северным Ледовитым океаном на Гольфстрим // *Океанология*. 2007. Т. 47. N 2. С. 197–210.
- Мошонкин С.Н., Дианский Н.А., Эйдинов Д.А., Багно А.В.* Модель циркуляции Северной Атлантики и Северного Ледовитого океана // *Океанология*. 2004. Т. 44. № 6. С. 811–825.
- Мошонкин С.Н., Залесный В.Б., Гусев А.В.* Алгоритм решения  $k-\omega$  уравнений турбулентности в модели общей циркуляции океана // *Изв. РАН. Физ. атмосферы и океана*. 2018. Т. 54. № 5. С. 584–596. <https://doi.org/10.1134/S0002351518050073>
- Попов С.К., Гусев А.В., Фомин В.В.* Вторичный максимум уровня моря в наводнениях в Санкт-Петербурге и его воспроизведение в численных моделях // *Метеорология и гидрология*. 2018. № 12. С. 48–60.
- Саркисян А.С., Залесный В.Б., Дианский Н.А., Ибраев Р.А., Кузин В.И., Мошонкин С.Н., Семенов Е.В., Тамсалу Р., Яковлев Н.Г.* Математические модели циркуляции океанов и морей / *Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования*. Юбилейный сборник в 2-х томах к 80-летию Г.И. Марчука и 25-летию ИВМ РАН. 2005. Т. 2. С. 174–276.
- Степанов Д.В., Дианский Н.А., Новотрясов В.В.* Численное моделирование циркуляции вод центральной части Японского моря и исследование ее долгопериодной изменчивости в период 1958–2006 гг. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2014. Т. 50. № 1. С. 84–96. <https://doi.org/10.7868/S0002351513050143>
- Фомин В.В., Дианский Н.А., Коршенко Е.А., Выручалкина Т.Ю.* Система оперативного диагноза и прогноза гидрометеорологических характеристик Каспийского моря и оценка точности прогнозов по данным натурных измерений // *Метеорология и гидрология*. Т. 45. № 9. 2020. С. 49–64.
- Фомин В.В., Дианский Н.А.* Влияние способов усвоения спутниковых данных о температуре поверхности моря на воспроизведение гидрофизических полей Черного, Азовского и Мраморного морей в модели INMOM // *Метеорология и гидрология*. 2023. Т. 48. № 2. С. 15–30. <https://doi.org/10.52002/0130-2906-2023-2-15-30>
- Фомин В.В., Панасенкова И.И., Гусев А.В., Чаплыгин А.В., Дианский Н.А.* Система оперативного моделирования Северного Ледовитого океана и прилегающих к нему акваторий на основе российской модели INMOM – Арктика // *Арктика: экология и экономика*. 2021. Т. 11. № 2. С. 205–218. <https://doi.org/10.25283/2223-4594-2021-2-205-218>
- Фомин В.В., Коршенко Е.А., Кабатченко И.М., Гусев А.В., Дианский Н.А.* Воспроизведение гидрометеорологических условий Керченского пролива Часть 1: Верификация технологии // *Океанологические исследования*. 2022. № 50(4). С. 50–72. [https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2022.50\(4\).3](https://doi.org/10.29006/1564-2291.JOR-2022.50(4).3)
- Чаплыгин А.В., Дианский Н.А., Гусев А.В.* Метод балансировки нагрузки вычислений с использованием кривых гильберта применительно к параллельному алгоритму решения уравнений мелкой воды // *Вычислительные методы и программирование:*

- новые вычислительные технологии. 2019. Т. 20. № 1. С. 75–87.  
<https://doi.org/10.26089/NumMet.v20r108>
- Яковлев Н.Г.* Совместная модель общей циркуляции вод и эволюции морского льда Северного Ледовитого океана // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. № 3. С. 394–409.
- Яковлев Н.Г.* Воспроизведение крупномасштабного состояния вод и морского льда Северного Ледовитого океана в 1948–2002 гг. Часть 1: Численная модель и среднее состояние // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 3. С. 383–398.
- Agoshkov V.I., Gusev A.V., Diansky N.A., Oleinikov R.V.* An algorithm for the solution of the ocean hydrothermodynamics problem with variational assimilation of the sea level function data // Russ. J. Numer. Anal. Math Modelling. 2007. V. 12. № 2. P. 133–161.  
<https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2007.007>
- Allen J.S., Neuberger P.A., Federiuk J.* Upwelling circulation on the Oregon continental shelf. Part I: Response to idealized forcing // Journal of Physical Oceanography. 1995. V. 25. № 8. P. 1843–1866.  
[https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1995\)025<1843:UCOTOC>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1995)025<1843:UCOTOC>2.0.CO;2)
- Bouillon S., Fichet T., Legat V., Madec G.* The elastic-viscous-plastic method revisited // Ocean Modelling. 2013. V. 71. P. 2–12.  
<https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2013.05.013>
- Brydon D., Sun S., Bleck R.* A new approximation of the equation of state for seawater, suitable for numerical ocean models // Journal of Geophysical Research: Oceans. 1999. V. 104. № C1. P. 1537–1540.  
<https://doi.org/10.1029/1998JC900059>
- Byshev V.I., Neiman V.G., Anisimov M.V., Gusev A.V., Serykh I.V., Sidorova A.N., Figurkin A.L., Anisimov I.M.* Multi-Decadal Oscillations of the Ocean Active Upper-Layer Heat Content // Pure and Applied Geophysics. 2017. V. 174. № 1. P. 2863–2878.  
<https://doi.org/10.1007/s00024-017-1557-3>
- Byshev V., Gusev A., Neiman V., Sidorova A.* Interdecadal oscillation of the ocean heat content as a contribution to understanding of physical aspects of the present-day climate // Journal of Marine Science and Engineering. 2022. V. 10. № 8. Paper No. 1064.  
<https://doi.org/10.3390/jmse10081064>
- Byshev V., Gusev A., Sidorova A.* Multidecadal phase changes in the thermodynamic state of the system: ocean — atmosphere — continent // Journal of Marine Science and Engineering. 2024. V. 12. № 5. Paper No. 758.  
<https://doi.org/10.3390/jmse12050758>
- Castruccio F.S., Karspeck A.R., Danabasoglu G., Hendricks J., Hoar T., Collins N., Anderson J.L.* An ENOI-based data assimilation system with DART for a high-resolution version of the CESM2 ocean component // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. 2020. V. 12. № 11. P. e2020MS002176.  
<https://doi.org/10.1029/2020MS002176>
- Danabasoglu G., Yeager S.G., Bailey D., Behrens E., Bentsen M., Bi D., Biastoch A., Böning C., Bozec A., Canuto V., Cassou C., Chassignet E., Coward A.C., Danilov S., Diansky N., Drange H., Farneti R., Fernandez E., Fogli P.G., Forget G., Fujii Y., Griffies S.M., Gusev A., Heimbach P., Howard A., Jung T., Kelley M., Large W.G., Leboissetier A., Lu J., Madec G., Marsland S.J., Masina S., Navarra A., Nurser A.J.G., Pirani A., Salas y Melia D., Samuels B.L., Scheinert M., Sidorenko D., Treguier A.-M., Tsujino H., Uotila P., Valcke S., Voldoire A., Wang Q.* North Atlantic simulations in Coordinated Ocean-ice Reference Experiments phase II (CORE-II). Part I: Mean states // Ocean Modelling. 2014. V. 73. № 76–107.  
<https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2013.10.005>
- Danabasoglu G., Yeager S.G., Kim W.M., Behrens E., Bentsen M., Bi D., Biastoch A., Bleck R., Böning C., Bozec A., Canuto V.M., Cassou C., Chassignet E., Coward A.C., Danilov S., Diansky N., Drange H., Farneti R., Fernandez E., Fogli P.G., Forget G., Fujii Y., Griffies S.M., Gusev A., Heimbach P., Howard A., Ilicak M., Jung T., Karspeck A.R., Kelley M., Large W.G., Leboissetier A., Lu J., Madec G., Marsland S.J., Masina S., Navarra A., Nurser A.J.G., Pirani A., Romanou A., Salas y Melia D., Samuels B.L., Scheinert M., Sidorenko D., Sun S., Treguier A.-M., Tsujino H., Uotila P., Valcke S., Voldoire A., Wang Q., and Yashayaev I.* North Atlantic simulations in Coordinated Ocean-ice Reference Experiments phase II (CORE-II). Part II: Inter-annual to decadal variability // Ocean Modelling. 2016. V. 97. P. 65–90.  
<https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2015.11.007>
- Diansky N.A., Fomin V.V., Vyruchalkina T.Yu., Gusev A.V.* Numerical Simulation of the Caspian Sea Circulation Using the Marine and Atmospheric Research System // Water Resources. 2018. V. 45. № 5. P. 706–718.  
<https://doi.org/10.1134/S0097807818050056>
- Frey D.I., Fomin V.V., Tarakanov R.Y., Diansky N.A., Makarenko N.I.* Bottom water flows in the Vema channel and over the Santos plateau based on the field and numerical experiments // In: Velarde M., Tarakanov R., Marchenko A. (eds.) The Ocean in Motion: Circulation, Waves, Polar Oceanography. 2018. Springer International Publishing, Cham. P. 475–485.  
[https://doi.org/10.1007/978-3-319-71934-4\\_29](https://doi.org/10.1007/978-3-319-71934-4_29)
- Frey D.I., Morozov E.G., Fomin V.V., Diansky N.A., Tarakanov R.Y.* Regional modeling of Antarctic bottom water flows in the key passages of the Atlantic // Journal

- of Geophysical Research: Oceans. 2019. V. 124. № 11. P. 8414–8428.  
<https://doi.org/10.1029/2019JC015315>
- Griffies S.M.* Fundamentals of Ocean Climate Models. Princeton: Princeton University Press, 2005.  
<https://doi.org/10.1515/9780691187129>
- Griffies S.M., Danabasoglu G., Durack P.J., Adcroft A.J., Balaji V., Böning C.W., Chassignet E.P., Curchitser E., Deshayes J., Drange H., Fox-Kemper B., Gleckler P.J., Gregory J.M., Haak H., Hallberg R.W., Heimbach P., Hewitt H.T., Holland D.M., Ilyina T., Jungclaus J.H., Komuro Y., Krasting J.P., Large W.G., Marsland S.J., Masina S., McDougall T.J., Nurser A.J.G., Orr J.C., Pirani A., Qiao F., Stouffer R.J., Taylor K.E., Treguier A.M., Tsujino H., Uotila P., Valdivieso M., Wang Q., Winton M., and Yeager S.G.* OMIP contribution to CMIP6: experimental and diagnostic protocol for the physical component of the Ocean Model Intercomparison Project // *Geosci. Model Dev.* 2016. V. 9. № 9. P. 3231–3296.  
<https://doi.org/10.5194/gmd-9-3231-2016>
- Hunke E.C.* Viscous–plastic sea ice dynamics with the EVP model: linearization issues // *Journal of Computational Physics.* 2001. V. 170. № 1. P. 18–38.  
<https://doi.org/10.1006/jcph.2001.6710>
- IPCC, 2007: Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. [Solomon, S., Qin D., Manning M., Chen Z., Marquis M., Averyt K.B., Tignor M., Miller H.L. (Eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 996 pp.
- IPCC, 2013. Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Stocker T.F., Qin D., Plattner G.K., Tignor M., Allen S.K., Boschung J., Nauels A., Xia Y., Bex V., Midgley P.M. (Eds.)] Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 1535 pp.
- IPCC, 2021: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Masson-Delmotte V., Zhai P., Pirani A., Connors S.L., Péan C., Berger S., Caud N., Chen Y., Goldfarb L., Gomis M.I., Huang M., Leitzell K., Lonnoy E., Matthews J.B.R., Maycock T.K., Waterfield T., Yelekçi O., Yu R. Zhou B. (Eds.)]. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2391 pp.  
<https://doi.org/10.1017/9781009157896>
- Ivanov V., Gusev A., Diansky N., Sukhonos P.* Modelled response of Arctic and North Atlantic thermohaline structure and circulation to the prolonged unidirectional atmospheric forcing over the Arctic Ocean // *Climate Dynamics.* 2024. V. 62. № 7. P. 6841–6860.  
<https://doi.org/10.1007/s00382-024-07239-6>
- Jackett D.R., Mcdougall T.J.* Minimal adjustment of hydrographic profiles to achieve static stability // *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology.* 1995. V. 12. № 2. P. 381–389.  
[https://doi.org/10.1175/1520-0426\(1995\)012%3C0381:MAOHPT%3E2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0426(1995)012%3C0381:MAOHPT%3E2.0.CO;2)
- Johnson M., Proshutinsky A., Aksenov Y., Nguyen A.T., Lindsay R., Haas C., Zhang J., Diansky N., Kwok R., Maslowski W., Häkkinen S., Ashik I., Cuevas B.* Evaluation of Arctic sea ice thickness simulated by Arctic Ocean Model Intercomparison Project models // *Journal of Geophysical Research: Oceans.* 2012. V. 117. № C8. P. C00D13.  
<https://doi.org/10.1029/2011JC007257>
- Large W.G., Yeager S.G.* Diurnal to decadal global forcing for ocean and sea-ice models: the data sets and flux climatologies. NCAR Technical Note: NCAR/TN-460+STR. 2004. CGD Division of the National Center for Atmospheric Research.
- Large W.G., Yeager S.G.* The global climatology of an interannually varying air–sea flux data set // *Climate Dynamics.* 2009. V. 33. № 2–3. P. 341–364.  
<https://doi.org/10.1007/s00382-008-0441-3>
- Marchuk G.I., Rusakov A.S., Zalesny V.B., Diansky N.A.* Splitting Numerical Technique with Application to the High Resolution Simulation of the Indian Ocean Circulation // *Pure and Applied Geophysics.* 2005. V. 162. № 8. P. 1407–1429.  
<https://doi.org/10.1007/s00024-005-2677-8>
- Mellor G.L., Yamada T.* Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems // *Reviews of Geophysics.* 1982. V. 20. № 4. P. 851–875.  
<https://doi.org/10.1029/RG020i004p00851>
- Moshonkin S., Zalesny V., Gusev A.* Simulation of the Arctic — North Atlantic Ocean Circulation with a Two-Equation K-Omega Turbulence Parameterization // *J. Mar. Sci. Eng.* 2018. V. 6. № 3. Paper No. 95.  
<https://doi.org/10.3390/jmse6030095>
- Pacanowski R.C., Philander S.G.H.* Parameterization of vertical mixing in numerical models of tropical oceans // *J. of Physical Oceanography.* 1981. V. 11. P. 1443–1451.  
[https://doi.org/10.1175/1520-0485\(1981\)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0485(1981)011<1443:POVMIN>2.0.CO;2)
- Petrov S.S., Zyuzin V.K., Iakovlev N.G.* The new sea ice thermodynamics code for the INM RAS Earth System Model: the design and comparison of one- and zero-dimensional approaches with the observational data // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling.* 2023. V. 38. № 1. P. 47–61.  
<https://doi.org/10.1515/rnam-2023-0005>

- Shchepetkin A.F., McWilliams J.C.* A method for computing horizontal pressure-gradient force in an oceanic model with a nonaligned vertical coordinate // *J. of Geophysical Research: Oceans* 2003. V. 108. № C3. P. 3090.  
<https://doi.org/10.1029/2001JC001047>
- Smagorinsky J.* Some historical remarks on the use of nonlinear viscosities // In: *Galperin B., Orszag S.* (Eds.). *Large Eddy Simulation of Complex Engineering and Geophysical Flows*. New York: Cambridge University Press, 1993. P. 3–36.
- Smolarkiewicz P.K.* A fully multidimensional positive definite advection transport algorithm with small implicit diffusion // *J. of Computational Physics*. 1984. V. 54. № 2. P. 325–362.  
[https://doi.org/10.1016/0021-9991\(84\)90121-9](https://doi.org/10.1016/0021-9991(84)90121-9)
- Stepanov D., Fomin V., Gusev A., Diansky N.* Mesoscale Dynamics and Eddy Heat Transport in the Japan/East Sea from 1990 to 2010: A Model-Based Analysis // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2022. V. 10. № 1. Paper No. 33.  
<https://doi.org/10.3390/jmse10010033>
- Terekhov K.M., Volodin E.M., Gusev A.V.* Methods and efficiency estimation of parallel implementation of the  $\sigma$ -model of general ocean circulation // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2011. V. 26. № 2. P. 189–208.  
<https://doi.org/10.1515/rjnamm.2011.011>
- Tsujino H., Urakawa S., Nakano H., Small R.J., Kim W.M., Yeager S.G., Danabasoglu G., Suzuki T., Bamber J.L., Bentsen M., Böning C.W., Bozec A., Chassignet E.P., Curcitur E., Dias F.B., Durack P.J., Griffies S.M., Harada Y., Ilicak M., Josey S.A., Kobayashi C., Kobayashi S., Komuro Y., Large W.G., Le Sommer J., Marsland S.J., Masina S., Scheinert M., Tomita H., Valdivieso M., Yamazaki D.* JRA-55 based surface dataset for driving ocean–sea-ice models (JRA55-do) // *Ocean Modelling*. 2018. V. 130. P. 79–139.  
<https://doi.org/10.1016/j.ocemod.2018.07.002>
- Umlauf L., Burchard H.* A generic length-scale equation for geophysical turbulence models // *Journal of Marine Research*. 2003. V. 61. P. 235–265  
<https://doi.org/10.1357/002224003322005087>
- Volodin E.M., Mortikov E.V., Kostykin S.V., Galin V.Ya., Lykossov V.N., Gritsun A.S., Diansky N.A., Gusev A.V., Iakovlev N.G.* Simulation of the present-day climate with the climate model INMCM5 // *Clim. Dyn.* 2017. V. 49. № 11. P. 3715–3734.  
<https://doi.org/10.1007/s00382-017-3539-7>
- Zalesny V., Agoshkov V., Shutyaev V., Parmuzin E., Zakharova N.* Numerical modeling of marine circulation with 4d variational data assimilation // *Journal of Marine Science and Engineering*. 2020. V. 8. № 7. P. 503.  
<https://doi.org/10.3390/jmse8070503>
- Zalesny V.B., Diansky N.A., Fomin V.V., Moshonkin S.N., Demyshev S.G.* Numerical model of the circulation of the Black Sea and the Sea of Azov // *Russ. J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2012. V. 27. № 1. P. 95–112.  
<https://doi.org/10.1515/rnam-2012-0006>
- Zalesny V.B., Gusev A.V.* Mathematical model of the World ocean dynamics with temperature and salinity variational data assimilation algorithms // *Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling*. 2009. V. 24, № 2, P. 171–191.  
<https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2009.012>
- Zalesny V.B., Gusev A.V., Ivchenko V.O., Tamsalu R., Aps R.* Numerical model of the Baltic Sea circulation // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2013. V. 28. № 1. P. 85–100.  
<https://doi.org/10.1515/rnam-2013-0006>
- Zalesny V.B., Gusev A.V., Chernobay S.Yu., Aps R., Tamsalu R.E., Kujala P., Rytönen J.* The Baltic Sea circulation modelling and assessment of marine pollution // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2014. V. 29. № 2. P. 129–138.  
<https://doi.org/10.1515/rnam-2014-0010>
- Zalesny V.B., Marchuk G.I., Agoshkov V.I., Bagno A.V., Gusev A.V., Diansky N.A., Moshonkin S.N., Tamsalu R., Volodin E.M.* Numerical simulation of large-scale ocean circulation based on multicomponent splitting method // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2010. V. 25. № 6. P. 581–609.  
<https://doi.org/10.1515/rjnamm.2010.036>
- Zalesny V.B., Rusakov A.S.* Numerical algorithm of data assimilation based on splitting and adjoint equation methods // *Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2007. V. 22. № 2. P. 199–219.  
<https://doi.org/10.1515/RJNAMM.2007.010>
- Zalesny V.B., Zakharova N.B., Gusev A.V.* Four-dimensional problem of variational initialization of hydrophysical fields of the world ocean // *Russ. J. of Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. 2011. V. 26. № 2. P. 209–229.  
<https://doi.org/10.1515/rjnamm.2011.012>  
<https://wcrp-cmip.org/cmip3/>  
<https://www2.who.edu/site/aomip/data/atmospheric-forcing-data/>  
<https://github.com/CICE-Consortium/CICE>

## THE MODEL OF OCEANIC AND MARINE CIRCULATION INMOM: FROM ORIGINS TO THE PRESENT DAY

© 2025 A. V. Gusev<sup>1, 2, 3, \*</sup>, N. A. Diansky<sup>1, 2, 4</sup>, V. V. Fomin<sup>1, 2</sup>, E. M. Volodin<sup>1, 4</sup>, V. B. Zalesny<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Marchuk Institute of Numerical Mathematics, Russian Academy of Sciences, Gubkina str., 8, Moscow, 119333 Russia*

<sup>2</sup>*Zubov State Oceanographic Institute, Roshydromet, Kropotkinsky lane, 6, bld. 1, Moscow, 119034 Russia*

<sup>3</sup>*Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Nakhimovsky av., 36, Moscow, 117997 Russia*

<sup>4</sup>*Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, 1, Moscow, 119991 Russia*

\**e-mail: anatoly.v.gusev@gmail.com*

The history is described of the Russian sigma-model of oceanic and marine circulation known as INMOM (Institute of Numerical Mathematics Ocean Model). The model was developed for 50 years initially at KCC SB AS USSR, then at INM RAS. The first version of the model was developed under immediate supervision of G.I. Marchuk and was designed for modelling of coupled circulation of global atmosphere and World Ocean. The main method for solving model equations was the multicomponent splitting technique proposed by G.I. Marchuk and evolved by his students and followers. For a half of century, the model's representation of basic processes, parameterizations and numerical algorithms were improved. The novel period in the model development proceeded in the late 90's, when it started to be used as the oceanic component of the INM RAS Earth system model. In 2000's, the range of its application extended essentially. Together with studying Earth climate system, it started to be implemented for simulating circulation of the World Ocean, as well as its separate basins and seas. Currently, the model INMOM is being applied for solving a wide range of fundamental and applied problems concerned with reproducing characteristics of marine and oceanic hydrothermodynamics including their climatic variability. It is used at INM RAS, SOI, IO RAS, Hydrometcenter of Russia, POI FEB RAS and more organizations dealing with study of oceanic and marine hydrothermodynamics. The model is continuing to be evolved by its authors, their colleagues and followers.

**Keywords:** numerical simulation, oceanic and marine circulation, climate prediction, operational forecasting, modelling development history